

# 考虑桥面板空间组合作用的组合空腹 夹层板桥刚度研究

余芳<sup>1,2</sup>, 张华刚<sup>1,2</sup>, 马克俭<sup>1,2</sup>, 魏威<sup>3</sup>, 郭钰<sup>1,2</sup>, 吴琴<sup>4</sup>

(1. 贵州大学空间结构研究中心, 550025 贵阳; 2. 贵州省结构工程重点实验室, 550025 贵阳;  
3. 贵州建工监理咨询有限公司, 550085 贵阳; 4. 贵州民族大学建筑工程学院, 550025 贵阳)

**摘要:** 针对组合空腹夹层板桥的刚度计算, 基于实体单元模型的参数化分析结果, 提出了采用刚度放大系数来修正杆系模型结果的实用方法。推导了考虑剪切变形的简支钢空腹梁的等代抗弯刚度, 并乘以刚度放大系数来分析混凝土板对结构的影响; 与已有试验进行对比, 验证壳-实体有限元建模方法的正确性, 进一步分析了混凝土板和钢空腹梁截面参数对刚度放大系数的影响规律。结果表明: 混凝土板厚度、钢空腹梁的高度、网格尺寸、上(下)肋高度及腹板厚度对刚度放大系数的影响最大; 限定6个参数的取值范围得到的4050个壳-实体有限元模型, 涵盖了组合空腹夹层板桥实际设计中的所有可能条件, 拟合出了刚度放大系数的计算公式。

**关键词:** 组合空腹夹层板桥; 空间组合效应; 刚度放大系数; 有限元

中图分类号: TU398.9

文献标志码: A

## Stiffness of composite open-web sandwich bridge considering the bridge panel spatial composite effect

YU Fang<sup>1,2</sup>, ZHANG Huagang<sup>1,2</sup>, MA Kejian<sup>1,2</sup>, WEI Wei<sup>3</sup>, GUO Yu<sup>1,2</sup>, WU Qin<sup>4</sup>

(1. Research Center of Space Structure, Guizhou University, 550025 Guiyang, China;

2. Guizhou Province Key Laboratory of Structural Engineering, 550025 Guiyang, China;

3. Guizhou Construction Supervision Consulting Co., LTD., 550085 Guiyang, China;

4. College of Architectural Engineering, Guizhou Minzu University, 550025 Guiyang, China)

**Abstract:** Aiming at the stiffness calculation of the composite open-web sandwich bridge, based on the parametric analysis results of the solid element model, this paper proposes a practical method of using the stiffness amplification coefficient to modify the results of the rod element model. The equivalent flexural rigidity of the simply supported steel hollow beam considering shear deformation is deduced and multiplied by the stiffness magnification coefficient to consider the effect of the concrete slab. Existing tests are compared to verify the correctness of the shell-solid finite element modeling method; the influence of the concrete bridge deck and steel hollow beam section parameters on the stiffness amplification coefficient is fur-

收稿日期: 2020-08-11

修回日期: 2021-12-01

基金项目: “十二五”国家科技支撑计划资助项目(No. 2011BAJ09B01-01); 国家自然科学基金资助项目(No. 51568012)

通信作者: 张华刚, 教授。E-mail: zhg0618@163.com

引用格式: 余芳, 张华刚, 马克俭, 等. 考虑桥面板空间组合作用的组合空腹夹层板桥刚度研究[J]. 应用力学学报, 2022, 39(1): 121-128.

YU Fang, ZHANG Huagang, MA Kejian, et al. Stiffness of composite open-web sandwich bridge considering the bridge panel spatial composite effect[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2022, 39(1): 121-128.

ther analyzed. The results show that the thickness of the bridge deck and the steel hollow sandwich plate height,the top (bottom) rib height,the web thickness and the mesh size have the greatest influences on the stiffness amplification coefficient. The 4 050 shell-solid finite element models obtained by limiting the value ranges of six parameters cover all possible conditions in the actual design of the composite open-web sandwich slab bridge,and are used to fit the regression equation of the stiffness amplification coefficient.

**Key words:** composite open-web sandwich bridge; spatial composite effect; stiffness magnification coefficient; finite element

钢空腹夹层板是由交叉钢空腹梁组成的新型板系空间结构,板形构造示意图如图 1 所示。外观类似于钢空腹网架,但剪力键抗弯刚度较大而具有“键”的受力性质,是其显著区别于钢空腹网架的重要特征<sup>[1-2]</sup>。目前,钢空腹夹层板已被广泛应用于建筑工程中<sup>[3-4]</sup>。在桥梁结构上,装配式施工方式成功应用于贵州师范大学多功能人行天桥,表明该结构具有施工速度快、自重轻、不中断交通等优点<sup>[1]</sup>,因此钢空腹夹层板在桥梁工程中具有较好的应用前景。建筑楼盖中的钢空腹夹层板,因其混凝土板较

薄而仅被作为结构的强度和刚度储备<sup>[3]</sup>,但在桥梁工程中,混凝土桥面板的厚度通常不小于 180 mm,这将对结构性能产生较大影响<sup>[5]</sup>。已有试验及数值分析结果表明,考虑混凝土板的作用将显著增大钢空腹夹层板的刚度,并明显降低上肋的应力水平,可见混凝土板在钢空腹夹层板中的组合效应是不容忽视的<sup>[6-8]</sup>。为便于区分,以下将考虑混凝土板空间工作效应的空腹夹层板桥统称为组合空腹夹层板桥,未考虑混凝土影响的称为钢空腹夹层板桥。

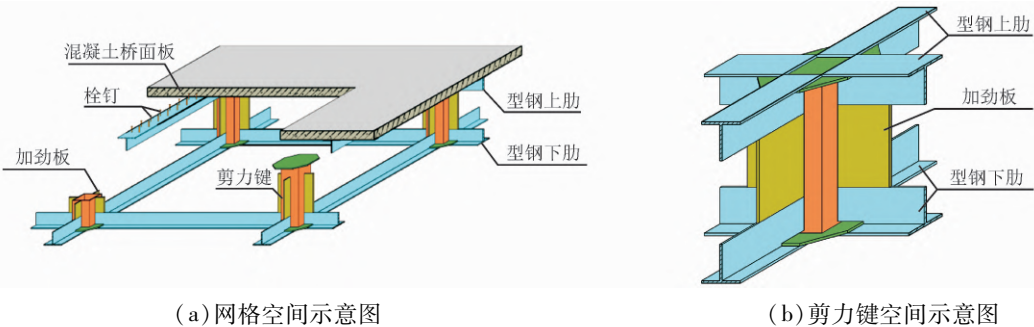


图 1 组合空腹夹层板桥构造示意图

Fig. 1 Structure diagram of composite open-web sandwich plate bridge

目前钢空腹夹层板的计算理论主要有拟夹层板法和等代交叉梁系法,前者需要求解高阶偏微分方程<sup>[1]</sup>,不便于设计人员掌握;后者本质上是借鉴了混凝土空腹夹层板的实用计算方法<sup>[9]</sup>。不计混凝土板的影响,将空腹梁看作空腹桁架<sup>[10]</sup>,文献[11]推导了挠度的简化计算公式,但未考虑空腹梁交叉后的空间工作效应。上述分析更多地是针对建筑楼盖,可见有必要探究组合空腹夹层板在桥梁工程中应用的适应性问题,本文仅涉及其中的刚度计算问题。

有限元数值模拟是研究结构受力性能的重要手段<sup>[12-14]</sup>,其中杆系模型具有建模快、计算效率高等优点,但采用杆系单元并不能准确反应剪力键的受力性质<sup>[15]</sup>,而实体单元又不便于大型结构分析。因此,针对组合空腹夹层板桥的刚度计算,本文基于实体单元模型的参数化分析结果,提出采用刚度放大

系数来修正杆系模型结果的实用方法,以期工程应用提供参考。

## 1 等效抗弯刚度

### 1.1 基本假定

钢空腹梁的计算模型采取以下基本假定。

- 1) 网格数目大于 5。
- 2) 上肋与下肋等截面,反弯点在构件中点。
- 3) 剪力键与上(下)肋刚结。
- 4) 结构处于弹性工作状态。

### 1.2 钢空腹梁的抗弯刚度

前述假定认为钢空腹夹层板的受力性质与钢空腹网架是相同的,因此钢空腹梁可视为钢空腹桁架来分析其抗弯刚度,其总挠度将主要由两部分组成:

一是外荷载作用下由整体弯曲变形产生的挠度；二是在节间剪力作用下由局部弯曲变形引起的挠度。钢空腹梁示意图如图2所示。

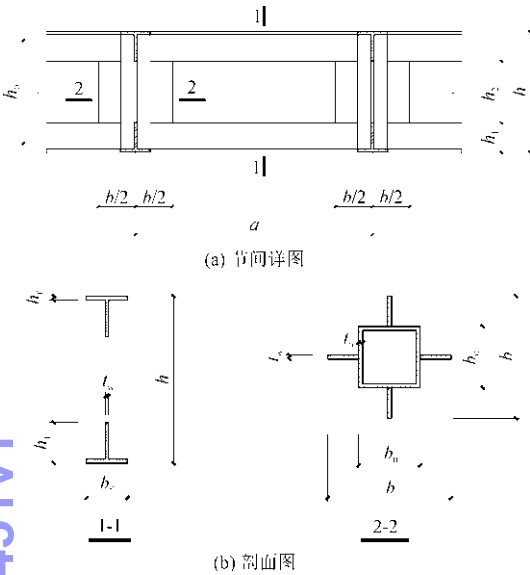


图2 钢空腹梁示意图

Fig. 2 Schematic diagram of steel vierendeel beam

钢空腹梁在任意截面  $x$  处的整体剪力以推动杆顺时针旋转为正,在节间剪力作用下,其局部弯矩分布如图3所示。则节间单位剪力引起的挠度可由图乘法得

$$\delta_{11} = \frac{a^3}{24EI_1} + \frac{a^2 h_0}{12EI_V} \quad (1)$$

式中:  $I_1$  和  $I_V$  分别为上(下)肋和剪力键的截面惯性矩;  $E$  为钢材的弹性模量。

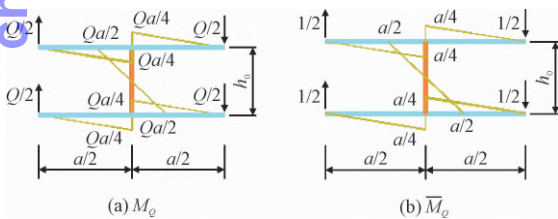


图3 局部弯矩图

Fig. 3 Local bending moment diagram

由剪切刚度与剪切角成反比关系<sup>[1]</sup>,结合式(1)可得空腹梁的折算剪切刚度  $C$  为

$$C = \frac{a}{\delta_{11}} = \frac{24i_1 i_V}{a(2i_1 + i_V)} \quad (2)$$

式中:  $i_1 = EI_1/a$  为上(下)肋的线刚度;  $i_V = EI_V/h_0$  为剪力键的线刚度;  $a$  为节间(网格)长度;  $h_0$  为上肋与下肋的截面形心距离。

简支钢空腹梁在均布荷载  $q$  作用下的整体最大

弯曲位移及整体剪力为

$$\delta_{M_{\max}} = \frac{5qL^4}{384EI} \quad (3)$$

$$Q = \frac{qL(1 - 2x/L)}{2} \quad (4)$$

式中:  $L$  为计算跨度;  $EI$  为钢空腹梁上肋和下肋抗弯刚度之和,  $0 \leq x \leq L/2$ , 当上肋和下肋截面相同时,  $EI = 2EI_1$ 。

则整体剪力引起的最大挠度为

$$\delta_Q = \sum \delta_{11} Qa$$

近似取  $a = dx$ , 则上式可转化为

$$\delta_Q = \int_0^{L/2} \delta_{11} \frac{qL}{2} \left(1 - \frac{2x}{L}\right) dx$$

积分后有

$$\delta_Q = \frac{qL^2}{8C} \quad (5)$$

故,空腹梁的最大总挠度为

$$\delta = \delta_{M_{\max}} + \delta_Q = \frac{5qL^4}{384EI} + \frac{qL^2}{8C} \quad (6)$$

整体剪力引起的最大挠度在最大总挠度中的占比为

$$\eta = \frac{\delta_Q}{\delta} = \frac{1}{1 + \varphi} \quad (7)$$

式中  $\varphi$  为简支钢空腹梁由整体弯矩引起的最大挠度与整体剪力引起的最大挠度的比值。易知

$$\varphi = \frac{5L^2 C}{48EI} \quad (8)$$

钢空腹梁的刚度为其抗弯刚度和抗剪刚度之和。由于结构存在空腹,要计算其刚度是困难的,一般按最不利情况仅考虑上肋、下肋的影响来计算截面抗弯刚度<sup>[9]</sup>。当考虑剪切变形影响时,结合式(7),其抗弯刚度  $B_s$  可按下式计算

$$B_s = EI_s = (1 - \eta) EI \quad (9)$$

其中  $I_s$  为考虑剪切变形影响的钢空腹梁折算惯性矩。

### 1.3 组合空腹梁的等代抗弯刚度

现行规范采取有效宽度来考虑混凝土板在组合结构中的作用<sup>[5]</sup>。为精确描述其影响,本文定义简支组合空腹梁的等代抗弯刚度  $B_L$  为

$$B_L = \frac{5qL^4}{384\delta_{\max}} \quad (10)$$

式中:  $\delta_{\max}$  为最大位移,由壳-实体有限元模型求得。

这样,可在前述计算的钢空腹梁的抗弯刚度  $B_s$  的基础上乘以刚度放大系数  $\beta = B_L/B_s$  来考虑混凝土板的影响。但是,问题将归结于  $\delta_{\max}$  计算的精准

性上,且需要基于参数化分析回归出  $\beta$  的实用计算公式,以便于桥梁工程应用。

2 壳-实体有限元模型的实验验证

目前,与本文配合的试验模型正在贵州省结构工程重点实验室制作,仅有文献[10]进行了两端简支的异形剪力键钢空腹夹层板的试验研究,本文采用该试验模型来验证壳-实体有限元模型的精准性。为了便于比较,将异形剪力键按等截面惯性矩换算为本文所研究的钢管剪力键。异形剪力键惯性矩为  $6.914 \times 10^6 \text{ mm}^4$ ,换算成带  $80 \text{ mm} \times 50 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$  加劲板的方钢管剪力键,方钢管截面尺寸为  $75 \text{ mm} \times 75 \text{ mm} \times 8.5 \text{ mm}$ ,合计惯性矩为  $6.925 \times 10^6 \text{ mm}^4$ 。试件整体尺寸为  $5 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ ,网格尺寸为  $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ ,钢空腹梁高  $0.2 \text{ m}$ ,钢材为 Q235。全部构件采用壳单元模拟,本构关系选用双线性等向强化模型。按文献[10]的加载条件计算各级荷载下的挠度,结果如表 1 所示,9.6 kN 荷载作用下的计算挠度分布如图 4 所示。

表 1 有限元与试验的最大挠度结果

荷载/kN	试验值/mm	FEM 值/mm	误差/%
4.8	2.520	2.760	9.52
7.2	3.780	4.110	8.73
9.6	5.508	6.097	10.69

可见,FEM 计算的最大挠度和测试挠度的误差最大为 10.69%。这其中有剪力键换算误差的影响,也有试验测试误差的影响,但足以说明壳-实体模型计算的精准性。

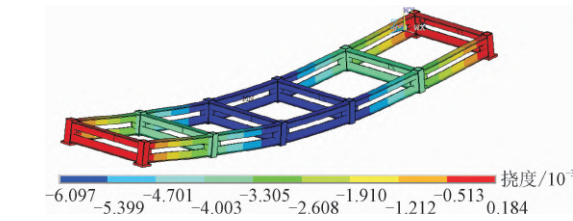


图 4 文献[10]模型挠度计算结果  
Fig.4 Model calculation results in Ref. [10]

3 有限元参数化分析

3.1 基本算例及有限元模型

分析对象如图 2 和图 5 所示。基本算例的桥面板厚度  $d=0.2 \text{ m}$ ;桥计算跨径  $L=20 \text{ m}$ ,纵桥向网格

尺寸  $a=2 \text{ m}$ ,网格数目  $m=10$ ,桥宽  $W=12 \text{ m}$ ;单片空腹梁分摊的混凝土桥面板宽  $b_1=2 \text{ m}$ ,纵梁片数  $n=6$ ;钢空腹夹层板厚度  $h=1.25 \text{ m}$ ,上(下)肋高度同翼缘宽度  $h_1=b_f=222 \text{ mm}$ ,翼缘厚度  $h_f=18 \text{ mm}$ ,腹板厚度  $t_w=12 \text{ mm}$ ;方钢管壁厚  $t_0=8 \text{ mm}$ ,取截面宽度  $b_0$ 与加劲板宽度之和为  $b$ ,且  $b_0=b_f, b=h_2$ 。

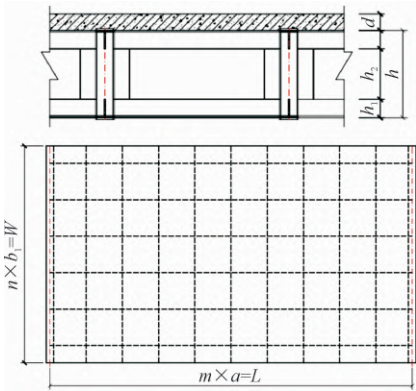


图 5 基本算例部分参数示意图  
Fig.5 Partial parameters of basic calculation examples

有限元建模时,混凝土桥面板采用实体单元,其余钢构件均采用壳单元模拟。混凝土材料为 C40,钢材均采用 Q345 钢<sup>[5]</sup>。根据全组合截面设计的试件在弹性范围内,型钢与表层混凝土板之间的相对滑移对结构的内力和变形影响忽略不计<sup>[6]</sup>,建模时采用共用节点的方式使二者协调变形,在模型中忽略板内钢筋的作用。桥两端剪力键底部中心节点作全部线位移约束,其中一端释放纵桥向约束来模拟简支。由于荷载和挠度成正比关系,故计算荷载仅考虑结构自重,以便于回归刚度放大系数。有限元模型如图 6 所示,为便于观察钢空腹夹层板的布置情况,图中滤掉了部分桥面板单元。

3.2 参数化分析方案

在前述算例基础上参考文献[3,5]的要求,选取混凝土板厚  $d$ ,桥计算跨径  $L$  和桥宽度  $W$ ,沿跨度方向的网格尺寸  $a$ ,钢空腹夹层板厚度  $h$ ,上(下)肋截面高度  $h_1$ 、翼缘宽度  $b_f$ 及厚度  $h_f$ 、腹板厚度  $t_w$ ,剪力键方钢管厚度  $t_0$ 为主要影响因素,以期涵盖所有可能因素的影响。本文先对每个可能的影响因素进行逐一讨论,再引入量纲为一的参数,分析其对刚度放大系数  $\beta$  的影响,以便较准确地回归刚度放大系数  $\beta$  的计算公式。

3.3 单因素影响分析

图 7 给出了刚度放大系数  $\beta$  随混凝土板厚度  $d$ ,上(下)肋截面高度  $h_1$ 、腹板厚度  $t_w$ 、翼缘宽度  $b_f$  及



厚度  $h_f$ , 方钢管壁厚  $t_0$ , 钢空腹夹层板厚度  $h$ , 沿跨度方向的网格尺寸  $a$  及桥宽  $W$  改变的计算结果。

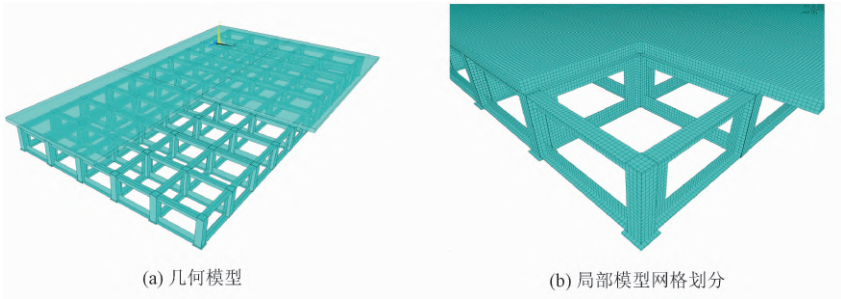


图6 基本算例有限元模型  
Fig.6 Basic example finite element model

chinaXiv:202303.00451v1

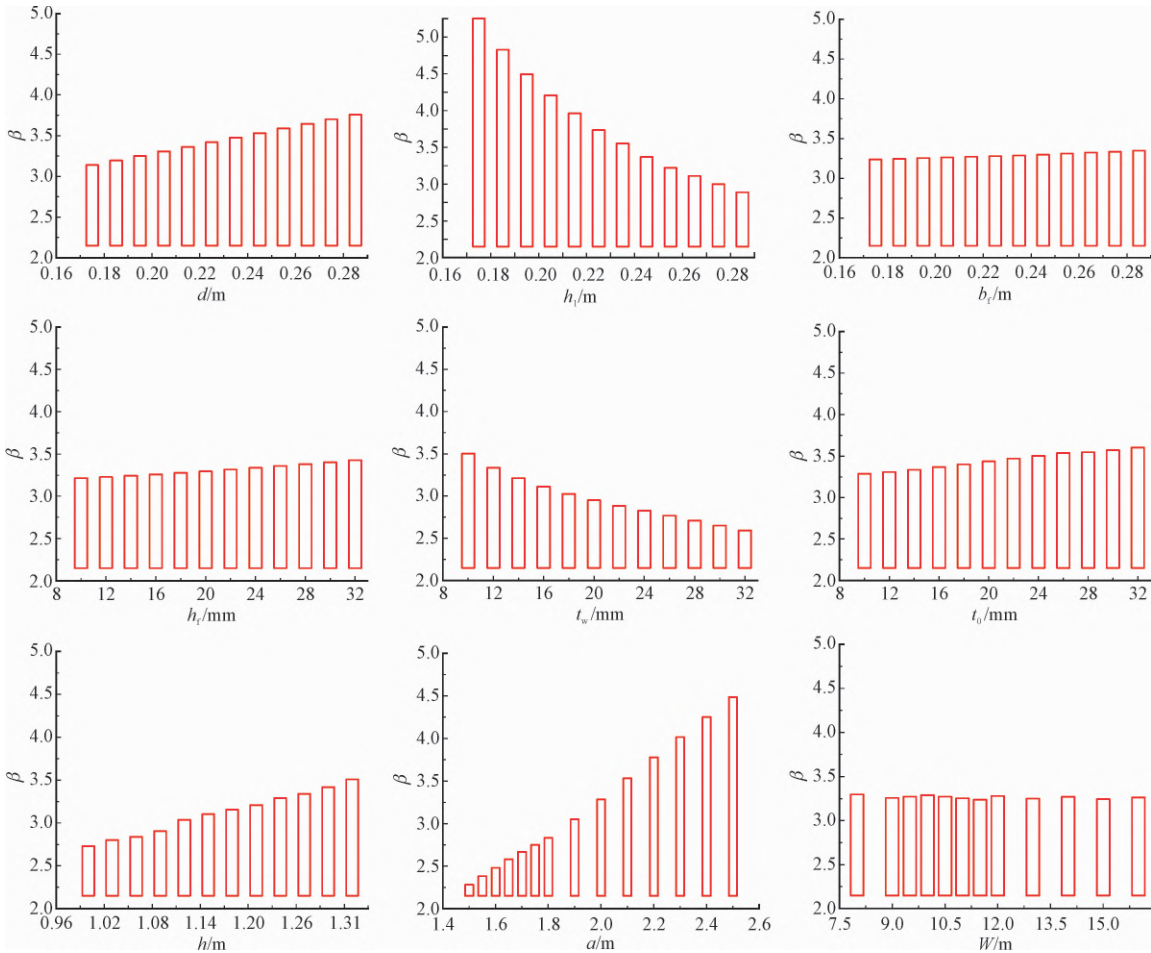


图7 单参数改变对刚度放大系数的影响

Fig.7 The influence of single parameter change on stiffness amplification coefficient

由图7可以看出:上(下)肋翼缘宽度  $b_f$ 、桥宽  $W$  对  $\beta$  几乎没有影响,增幅均小于 3.5%。混凝土板厚  $d$ 、上(下)肋翼缘厚度  $h_f$ 、钢空腹夹层板厚度  $h$ 、方钢管壁厚  $t_0$  与  $\beta$  呈近似线性关系;当  $d$  由 0.175 m 增至 0.285 m 时,  $\beta$  增大了 19.75%;当  $h_f$  由 10 mm 增至 32 mm 时,  $\beta$  增大了 6.61%;当  $h$  由 1 m 增至 1.36 m 时,  $\beta$  增大了 19.09%;当方钢管壁厚  $t_0$  由

10 mm 增至 32 mm 时,  $\beta$  增大了 10.51%。4 个因素中混凝土板厚  $d$  的改变使  $\beta$  增幅较大。上(下)肋截面高度  $h_1$ 、腹板厚度  $t_w$  和网格尺寸  $a$  与  $\beta$  近似成二次曲线关系,当各因素在对应取值范围内增大时,  $\beta$  的增幅分别为 -44.98%、-26.03% 和 96.58%。

上述分析表明,桥面板厚度  $d$ 、钢空腹梁高度  $h$ 、网格尺寸  $a$ 、上(下)肋高度  $h_1$  及腹板厚度  $t_w$  对刚度

放大系数的影响较大。因为与钢空腹夹层板相比,在基本算例的基础上调整单参数计算时,钢结构的抗弯刚度  $B_s$  和组合结构的抗弯刚度  $B_L$  会同步变化。可见,宜引入量纲为一的参数来评价刚度放大系数  $\beta$ 。

3.4 量纲归一化参数分析

惯性矩  $I$  是衡量截面抗弯刚度的重要标志。组合空腹夹层板桥的抗弯刚度主要由  $n$  片钢空腹梁的惯性矩和混凝土的惯性矩提供,定义二者的相对惯性矩为  $nI_s/I_c$ ,其中  $n$  为纵梁片数,  $I_s$  由式(9)得到,  $I_c = Wd^3/12$ 。由于上(下)肋腹板厚度  $t_w$  的影响已计入钢空腹梁惯性矩  $I_s$  中。故本文通过限定表 2 所示 6 个参数的取值范围,得到涵盖实际设计中的所有可能条件的数值算例,为确保设计合理、经济,其中  $a$  和  $a/h_1$  依据文献[3]中其他参数的构造对应取 3 个整数值。将各参数在取值范围内进行完全排列组合,建立了 4 050 个组合空腹夹层板桥的壳-实体有限元模型。对 4 050 个数值算例的  $nI_s/I_c$  和刚度放大系数  $\beta$ ,按照  $\beta = -0.58\ln(nI_s/I_c) + 3.7304$  作一元回归分析,结果如图 8 所示,相关系数  $R^2 = 0.7202$  结果表明拟合结果的离散性较大。可见组合空腹夹层板桥的刚度放大系数与结构的空间工作性能是密切相关的,这是与实腹组合结构<sup>[16]</sup>的不同之处。

表 2 参数取值范围  
Tab. 2 Parameter range

参数	取值范围	数量
$d/m$	0.15,0.18,0.22	3
$L/m$	10,16,20,25,30	5
$L/h$	15,16,17,18,19,20	6
$W/L$	0.4,0.5,0.6,0.7,0.8	5
$a/m$	1.5~2.5	3
$a/h_1$	5~13	3

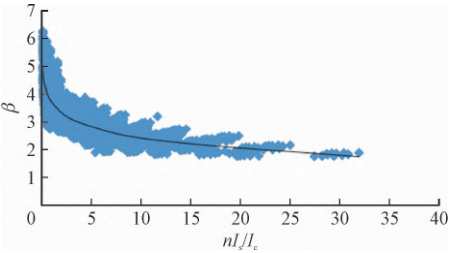


图 8 刚度放大系数一元回归

Fig. 8 Unitary regression of stiffness amplification coefficient

基于上述分析,本文考察钢空腹夹层板的跨高比  $L/h$ 、单梁宽跨比  $b_1/L$  及上(下)肋的跨高比  $a/h_1$  这 3 个量纲为一的参数对刚度放大系数  $\beta$  的影响,

结果如图 9 ~ 图 10 所示。图 9 为不同跨径下钢空腹夹层板的跨高比 ( $L/h$ ) 对刚度放大系数的影响规律,跨径  $L$  主要考虑为桥梁中常见标准中小跨径 10 m、16 m、20 m、25 m 和 30 m。可以看出,刚度放大系数随  $L/h$  的增大而减小,且不同跨径下的影响规律类似。

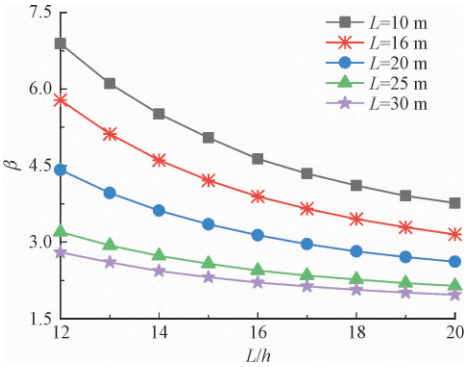


图 9 刚度放大系数随  $L/h$  的变化  
Fig. 9 Variation of stiffness amplification coefficient with  $L/h$

图 10 为 5 种不同跨径下单梁宽跨比 ( $b_1/L$ ) 对刚度放大系数的影响规律。分析是在确定的跨径下,通过改变桥面板总宽  $W$  和网格尺寸  $a$  来实现的。可以看出,同一跨径下刚度放大系数随单梁宽跨比影响不大,但不同跨径下的刚度放大系数结果相差较大。因此,该因素也计入  $\beta$  的拟合公式中。

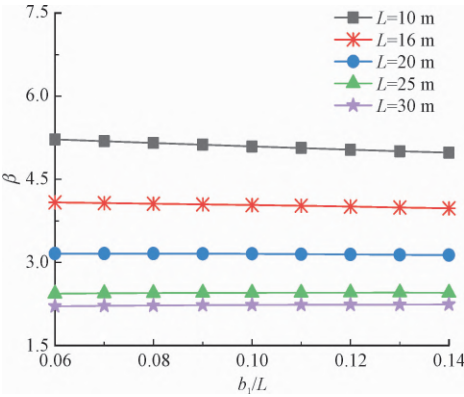


图 10 刚度放大系数随  $b_1/L$  的变化规律  
Fig. 10 Variation of stiffness amplification coefficient with  $b_1/L$

图 11 为 5 种不同跨径下网格尺寸与钢空腹梁上(下)肋高之比 ( $a/h_1$ ) 对刚度放大系数的影响,分析是在确定的网格尺寸下,改变钢空腹梁的上(下)肋高来实现  $a/h_1$  的不同,网格尺寸由 1.5 m 增加至 2.5 m。可以看出,刚度放大系数随上(下)肋的跨高比 ( $a/h_1$ ) 的增大而增大,且不同跨径下的影响规律相似。

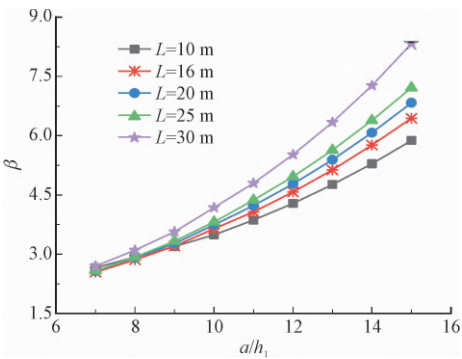


图 11 刚度放大系数随  $a/h_1$  的变化

Fig. 11 Variation of stiffness amplification coefficient with  $a/h_1$

4 刚度放大系数回归分析

综合考虑对刚度放大系数影响较大的因素以及拟合方程的普适性,选用前述 3 个量纲为一的参数,并考虑相对惯性矩  $nI_s/I_c$  的影响,对 4 050 个数值模型计算得到的刚度放大系数进行多元函数回归分析,构造的  $\beta$  函数表达式为

$$\beta = \left(\frac{a}{h_1}\right)^{c_1} \times \left(\frac{L}{h}\right)^{c_2} \times \left(\frac{nI_s}{I_c}\right)_1^{c_3} \times e^{(c_0 + c_4 \frac{b_1}{L})} \quad (11)$$

其中  $c_0 \sim c_4$  为待定系数,并令

$$\left(\frac{nI_s}{I_c}\right)_1 = \frac{8}{[(nI_s)/I_c]^{0.27} + 0.5} + 2.5 \quad (12)$$

对式(11)两端取对数,则有

$$\ln \beta = c_0 + c_1 \ln \frac{a}{h_1} + c_2 \ln \frac{L}{h} + c_3 \ln \left(\frac{nI_s}{I_c}\right)_1 + c_4 \frac{b_1}{L} \quad (13)$$

表 4 回归方程的显著性检验

Tab. 4 Significance test of regression equation

	自由度	总平方和	均方	统计量 $F$	$P_r(>F)$
回归分析	4	243.570 8	60.892 71	42 008.26	0
残差	4 045	5.863 395	0.001 45	—	—
总计	4 049	249.434 2	—	—	—

$$\beta \text{ 的计算式为 } \beta = \left(\frac{a}{h_1}\right)^{0.807\ 2} \times \left(\frac{L}{h}\right)^{-0.652\ 3} \times \left(\frac{nI_s}{I_c}\right)_1^{0.345\ 6} \times e^{0.549\ 7 - 2.630\ 3 \frac{b_1}{L}} \quad (14)$$

对拟合方程进行误差分析,随机选取几组壳-实体精细化有限元模型的  $\beta_1$  值与式(14)计算的  $\beta_2$  值

进行比较,结果见表 5。可以看出,二者相对误差  $e$  较小,表明拟合方程能较好地反应刚度放大系数。

表 5 有限元计算结果与回归公式计算结果对比

Tab. 5 Comparison the calculated results of the FEM and the regression formula

$a/h_1$	$L/h$	$nI_s/I_c$	$b_1/L$	$\beta_1$	$\beta_2$	$e/\%$
11	20	0.317 1	0.200 0	3.647 7	3.494 3	4.204
13	18	0.579 1	0.250 0	3.291 4	3.265 6	0.783
9	16	2.691 9	0.100 0	2.972 2	3.072 5	-3.374
8	16	1.809 9	0.083 3	3.007 1	3.070 3	-2.100
10	17	1.226 6	0.125 0	3.285 2	3.347 1	-1.885
5	15	11.574 8	0.066 7	1.917 6	1.875 1	2.215
9	19	4.886 7	0.062 5	2.867 3	2.835 0	1.124

对 4 050 个有限元模型的  $\beta$  回归后,回归方程的相关系数为 0.988 2,调整决定系数  $R^2 = 0.98$ ,说明回归方程在统计意义上是显著的。回归系数的显著性检验结果见表 3。利用  $t$  分布对各回归系数检验统计量  $t \sim t_{\alpha/2}(n - p - 1)$ ,在显著水平  $\alpha = 0.1$  下,查  $t$  分布表得  $t_{0.1/2}(n - p - 1) = t_{0.05}(4\ 045) = 1.645$ ,均小于本次回归统计各系数的  $t$  值的绝对值,因此可认为多项式  $\beta$  的回归系数在显著水平  $\alpha = 0.1$  下是高度显著的。

对回归方程的显著性检验结果如表 4 所示。由表 4 的方差分析可以发现,利用  $F$  分布检验统计量  $F \sim F_{\alpha}(p, n - p - 1)$ ,当检验显著水平为 0.1 时,查  $F$  分布表得  $F_{\alpha}(p, n - p - 1) = F_{0.1}(4, 4\ 045) = 1.94$ ,远小于本次回归统计值  $F$ ,且方程的残差平方和仅为 5.86。结果表明拟合方程与样本值偏差小,拟合方程可靠性高。因此,可认为拟合方程高度显著。

表 3 回归系数的显著性检验

Tab. 3 Significance test of regression coefficient

系数	数值	标准误差	统计量 $t$	$P_r(> t )$
$c_0$	0.549 691	0.017 809	30.866 54	$4.8 \times 10^{-188}$
$c_1$	0.807 206	0.004 048	199.422 6	0
$c_2$	-0.652 25	0.007 135	-91.415 7	0
$c_3$	0.345 599	0.002 101	164.468 1	0
$c_4$	-2.630 27	0.020 138	-130.613	0

## 5 结 论

1) 推导的考虑剪切变形影响的简支钢空腹梁等代抗弯刚度, 物理意义明确, 计算简单, 便于实际工程应用。

2) 壳-实体有限元模型能较精准地模拟组合空腹夹层板桥的力学性能, 钢空腹夹层板的实体有限元模型计算结果与试验结果相比, 其误差小于15%, 是工程应用可接受的。

3) 组合空腹夹层板的刚度放大系数与其空间工作效应有关, 不宜简单采用相对抗弯刚度来衡量刚度放大系数 $\beta$ 。

4) 本文的组合空腹夹层板桥刚度放大系数计算公式具有实用性, 可供工程应用参考。

## 参考文献

- [1] 马克俭, 张华刚, 郑涛. 新型建筑空间网格结构理论与实践[M]. 北京: 人民交通出版社, 2006.
- [2] 刘盼盼, 吴帮, 申波, 等. 钢筋混凝土空腹夹层板剪力键的静力参数化分析[J]. 应用力学学报, 2019, 36(2): 444-452. (LIU Panpan, WU Bang, SHEN Bo, et al. Parametric analysis of shear keys in reinforced concrete open-web sandwich under static loading [J]. Chinese journal of applied mechanics, 2019, 36(2): 444-452 (in Chinese)).
- [3] 贵州大学空间结构研究所. 装配式空腹楼盖钢网格盒式结构技术规程: DBJ 43/T 351—2019[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2019.
- [4] 尚洪坤, 马克俭, 魏艳辉, 等. 大跨度装配整体式 H 型钢空间钢网格楼盖结构设计[J]. 建筑结构, 2018, 48(7): 9-13. (SHANG Hongkun, MA Kejian, WEI Yanhui, et al. Structural design of large-span monolithic precast H-shape steel spatial grid plate[J]. Building structure, 2018, 48(7): 9-13 (in Chinese)).
- [5] 上海城市建设设计研究院. 钢-混凝土组合桥梁设计规范: GB 50917—2013[S]. 北京: 中国计划出版社, 2013.
- [6] LUAN H Q, MA K J, QIN Y, et al. Investigation of the structural behavior of an innovative steel open-web floor system[J]. International journal of steel structures, 2017, 17(4): 1365-1378.
- [7] 刘卓群, 马克俭, 肖建春, 等. 混凝土板对钢空腹夹层板楼盖静力性能影响分析[J]. 广西大学学报(自然科学版), 2016, 41(1): 1-10. (LIU Zhuoqun, MA Kejian, XIAO Jianchun, et al. The influence of concrete slab on static behavior of steel open-web sandwich slab [J]. Journal of Guangxi University (natural science edition), 2016, 41(1): 1-10 (in Chinese)).
- [8] 孙涛, 马克俭, 刘宪庆, 等. 钢空腹夹层板结构等效剪切刚度分

- 析[J]. 空间结构, 2017, 23(2): 54-59. (SUN Tao, MA Kejian, LIU Xianqing, et al. Equivalent shear stiffness analysis of steel vierendeel sandwich plate structure [J]. Spatial structures, 2017, 23(2): 54-59 (in Chinese)).
- [9] 张华刚, 马克俭. 空腹夹层板刚度分析的简化算法及其静力性能分析[J]. 贵州工业大学学报(自然科学版), 2003, 32(5): 66-71. (ZHANG Huagang, MA Kejian. Simplified algorithm for analysis of stiffness and static behavior of reinforced concrete vierendeel sandwich plate [J]. Journal of Guizhou University of Technology (natural science edition), 2003, 32(5): 66-71 (in Chinese)).
- [10] SHEN R L, XIAO J C, MA K J, et al. Theoretical and experimental study on steel open-web sandwich floor with flanged cruciform section shear key [J]. Latin American journal of solids and structures, 2020, 17(3): 1-20.
- [11] 姜岚, 马克俭, 张华刚, 等. 剪力键式 T 型钢空腹梁挠度实用计算方法[J]. 空间结构, 2019, 25(2): 39-45. (JIANG Lan, MA Kejian, ZHANG Huagang, et al. Practical method for deflection calculation of T-section steel vierendeel beams with shear connector [J]. Spatial structures, 2019, 25(2): 39-45 (in Chinese)).
- [12] 聂建国, 朱力, 樊健生, 等. 钢-混凝土组合箱梁桥杆系模型的理论及计算[J]. 中国公路学报, 2014, 27(7): 32-44. (NIE Jianguo, ZHU Li, FAN Jiansheng, et al. Theory and calculation of beam-truss model of steel-concrete composite box-girder bridge [J]. China journal of highway and transport, 2014, 27(7): 32-44 (in Chinese)).
- [13] LIU A, ZHANG Z D, LI X, et al. Beam-truss model of steel-concrete composite box-girder bridges I: theory and calculation [J]. IOP conference series: earth and environmental science, 2019, 330: 022059.
- [14] 吴琛, 杜喜朋, 项洪, 等. 基于三变量伽辽金无单元法的杆系模型动力计算与参数分析[J]. 应用力学学报, 2018, 35(2): 234-240. (WU Chen, DU Xipeng, XIANG Hong, et al. Vibration analysis and parameter analysis of beam-column models based on three-variable EFG [J]. Chinese journal of applied mechanics, 2018, 35(2): 234-240 (in Chinese)).
- [15] 陈强, 肖建春, 马克俭, 等. 剪力键节点域对钢空腹夹层板静力特征的影响分析[J]. 广西大学学报(自然科学版), 2018, 43(1): 41-49. (CHEN Qiang, XIAO Jianchun, MA Kejian, et al. Effects of shear connector joints on static behavior in steel open-web sandwich plates [J]. Journal of Guangxi University (natural science edition), 2018, 43(1): 41-49 (in Chinese)).
- [16] 陶慕轩, 聂建国. 考虑楼板空间组合作用的组合框架体系设计方法(II)——刚度及验证[J]. 土木工程学报, 2013, 46(2): 42-53. (TAO Muxuan, NIE Jianguo. Design guidelines of composite frame systems considering the slab spatial composite effect—Part II: stiffness and verifications [J]. China civil engineering journal, 2013, 46(2): 42-53 (in Chinese)).

(编辑 黄崇亚)